

FUNCIONES DE FORMA PARA *Pinus taeda* L. EN EL NORTE DE MISIONES.

FORM FUNCTIONS FOR *Pinus taeda* L. IN THE NORTH OF MISIONES.

Rubén Costas¹
Adrián de Oliveira²
Mariela Teresczcuch²
Elizabeth Weber

¹. Profesor de Estadística y Dasometría. FCF – UNaM, Fax ++ 54 (3751) 431766. Bertoni 124, Eldorado (3380), Misiones. E – mail: rcostas@facfor.unam.edu.ar

². Estudiantes 5to año, de Ingeniería Forestal, Facultad de Ciencias Forestales, Bertoni 124, TE: (03751) 431526 Eldorado (3380) Misiones, Misiones. E-mail: deoliveiraadrian@yahoo.com.ar -- marielatere@yahoo.com.ar

SUMMARY

In the present work were adjusted four form functions with the objective of select the one that presented a better behavior for their application. The adjusted functions were Kozak, modified Kozak, Cubic and Max & Burkhardt. We work with data coming from two plantations of *Pinus taeda*, property of the company LIPSIA S.A., with two ages plantation, 9 and 16 years, both located in the municipality of Wanda on the Ruta Prov. N° 19, Misiones. By means a destructive sampling the diameters were measured with and without bark of the shafts cut each 1,5 m. The diameters at breast height average of each plantation were 22,5 cm and 34,3 cm respectively.

The results of adjusted of the four functions, yield coefficients of determination between 86,5 y 98,3 %, being higher for form function of Max & Burkhardt. The use of any of the analyzed functions is recommended, but it should be kept in mind that the function of Max & Burkhardt have restrictions mathematical for its application, more complex than the other form functions.

Key words : Taper, functions of form, *Pinus taeda* L.

RESUMEN

En el presente trabajo se ajustaron cuatro funciones de forma con el objetivo de seleccionar la que presentó un mejor comportamiento para su aplicación. Las funciones ajustadas fueron Kozak, Kozak modificada, Cúbica y Max & Burkhardt. Se trabajó con datos provenientes de dos plantaciones de *Pinus taeda* L. de 9 y 16 años de edad, pertenecientes a la empresa LIPSIA S.A., ambas ubicadas en el municipio de Wanda sobre la Ruta Prov. N° 19, Misiones. Mediante un muestreo destructivo se midieron los diámetros con y sin corteza de los fustes apeados cada 1,5 m desde la base. Los diámetros a la altura de pecho promedio de cada plantación fueron 22,5 cm. y 34,3 cm. respectivamente.

Los resultados de los ajustes de las cuatro funciones produjeron coeficientes de determinación entre 86,5 y 98,3 %, destacándose la función de forma de Max & Burkhardt. Se recomienda el uso de cualquiera de las funciones analizadas. Dadas las restricciones matemáticas de la función de Max & Burkhardt, su aplicación práctica resulta más compleja que las otras funciones de forma analizadas.

Palabras clave: Conicidad, funciones de forma, *Pinus taeda* L.

INTRODUCCION

Las funciones de forma, también conocidas como de conicidad o ahusamiento, expresan a través de una ecuación el perfil medio de los fustes, debido a que estos no responden a las fórmulas que expresan un perfil de un sólido geométrico simple (FRIEDL 1988). Estas funciones explican la variación diamétrica a lo largo del fuste.

Se prefiere denominar las ecuaciones de ahusamiento como modelo fustales o de perfil, ya que la función describe tanto la forma geométrica del fuste (cono, parábola, etc.) como el ahusamiento del mismo, entendido como la tasa de decrecimiento del diámetro a medida de que se incrementa la altura fustal (NEWBERRY 1976, citado por PRODAN et al., 1997).

Estas funciones constituyen importantes herramientas dasométricas que permiten en forma práctica y rápida estimar:

- Diámetros a una altura dada entre la base y el ápice del árbol.
- Altura a la cual se produce un diámetro determinado.
- Volumen entre dos puntos cualquiera del fuste, o hasta cualquier índice de utilización.

Su uso en el procesamiento de datos de inventarios forestales es similar a las de las tablas de volúmenes, pero a diferencia de ellas presentan una mayor flexibilidad, debido a que no está restringido a límites comerciales fijos. Es conveniente en situaciones donde se pueden obtener productos con varios destinos y donde las dimensiones varían con el tiempo (FRIEDL et al., 1992).

El objetivo del presente trabajo fue ajustar funciones de forma y seleccionar la/s que presenta/n un mejor comportamiento para ser aplicadas.

MATERIALES Y METODOS

- Área de estudio

Los árboles seleccionados para el muestreo correspondieron a plantaciones de *Pinus taeda*, propiedad de la empresa LIPSIA S.A. Los lotes muestreados fueron los denominados Campo Elena con 16 años de edad de plantación y Ex-Lowe con 9 años de edad, ambos ubicados en el municipio de Wanda sobre la Ruta Prov. N° 19.

- Levantamiento de datos

Los valores de diámetros a la altura de pecho (D) medios de cada plantación, proporcionados por la empresa, fueron 34,3 cm para el lote Campo Elena y 22,5 cm para el lote Ex-Lowe. La muestra se formó con árboles con diámetros aproximados a esos valores medios de cada plantación.

En cada árbol seleccionado, primero se midió la circunferencia a la altura del pecho del árbol con cinta diamétrica. Luego se procedió al volteo del árbol. Una vez apeado el mismo se midió la altura total con una cinta métrica. Finalmente se midieron las circunferencias con corteza y cuatro mediciones de espesor de corteza cada 1,5 m desde la base del fuste.

- Construcción de base de datos.

A partir de los datos de circunferencia se calcularon los diámetros con corteza. A estos se le restó el espesor de corteza dado por el promedio de las cuatro mediciones, obteniéndose el diámetro sin corteza cada 1,5 m del fuste desde la base. Cada dato de diámetro fue asociado al D, la altura en que se produjo y la altura total de cada árbol. Para el armado de la base de datos se utilizó planilla de cálculo Excel.

Las funciones de forma ajustadas y evaluadas fueron las mostradas en la **Tabla 1**.

Tabla 1. Funciones de forma ajustadas.**Table 1.** Ajusted form functions.

DENOMINACION	FUNCION
<i>Kozak</i>	$(di / D)^2 = b_0 + b_1 * (hi / H) + b_2 * (hi / H)^2$
<i>Kozak modificada</i>	$(di / D)^2 = b_0 + b_1 * (hi / H - 1) + b_2 * (hi^2 / H^2 - 1)$
<i>Cúbica</i>	$(di / D)^2 = b_0 + b_1 * (hi / H) + b_2 * (hi / H)^2 + b_3 * (hi / H)^3$
<i>Max & Burkhardt</i>	$(di / D)^2 = b_1 * (hi / H - 1) + b_2 * (hi^2 / H^2 - 1) + b_3 * (a_1 - hi / H)^2 * I_1 + b_4 * (a_2 - hi / H)^2 * I_2$

Donde:

di: diámetro sin corteza (cm) a una altura dada desde la base.

D: diámetro a la altura del pecho, con corteza (cm.)

hi: altura desde la base del fuste (m.)

H: altura total del fuste (m.)

b₀, b₁, b₂, b₃ y b₄: coeficientes de regresión

I_i = 1 si $h_i / H \leq a_i$ i = 1,2

I_i = 0 si $h_i / H > a_i$

a₁, y a₂: relaciones límites de h_i / H que permiten la conectividad de sub-modelos presentes en un modelo polinomial segmentado.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la siguiente tabla se presentan los resultados obtenidos para las diferentes funciones de forma **Tabla 2**.

Tabla 2. Resultados de las diferentes funciones ajustadas.**Table 2.** Results of the diferents ajusted fuctions.

FUNCIONES	COEFICIENTES					R ² AJUSTADO	ESTADISTICO PRESS
	b0	b1	b2	b3	b4		
<i>Kozak</i>	1.228	-	0.423	-	-	0.870	2.65
<i>Kozak modificada</i>	1.219	-	0.363	-	-	0.865	2.09
<i>Cúbica</i>	1.334	-	5.231	-	-	0.898	2.75
<i>Max & Burkhardt**</i>	-	2.502	2.935	151.2	4.133	0.983	1.32

** Los valores estimados de los coeficientes **a₁** y **a₂**, para la función de Max & Burkhardt, fueron 0.06 y 0.5 respectivamente.

En los cuatro ajustes se observó que los valores de los coeficientes de determinación ajustados (R² ajustados) mostraron resultados estadísticos satisfactorios, el que mejor se ajustó fue la función de *Max & Burkhardt* (98,3 %) siendo el que mayor variación del $(di/D)^2$ explicó. Analizando el indicador estadístico PRESS, el de menor valor correspondió a la misma función con 1,32, resultando el de mejor capacidad predictiva.

A continuación se presentan los gráficos de dispersión de los datos para cada una de las funciones ajustadas:

Gráfico 1. Función de forma de Kozak

Graph 1. Form function of Kozak

$$(di / D)^2 = 1.228 - 1.590 \times (h / H) + 0.423 \times (h / H)^2$$

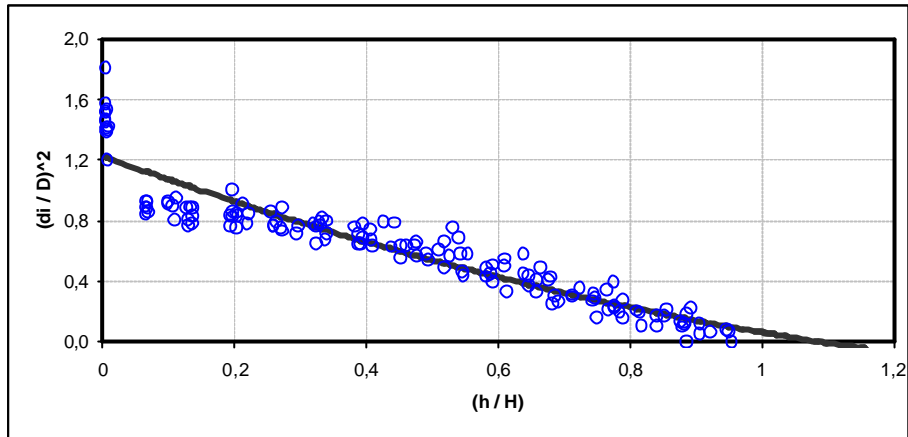


Gráfico 2. Función de forma de Kozak Modificada

Graph 2. Form function of Kozak Modified

$$(di / D)^2 = 1.219 - 1.448 \times (h / H - 1) + 0.363 \times (h^2 / H^2 - 1)$$

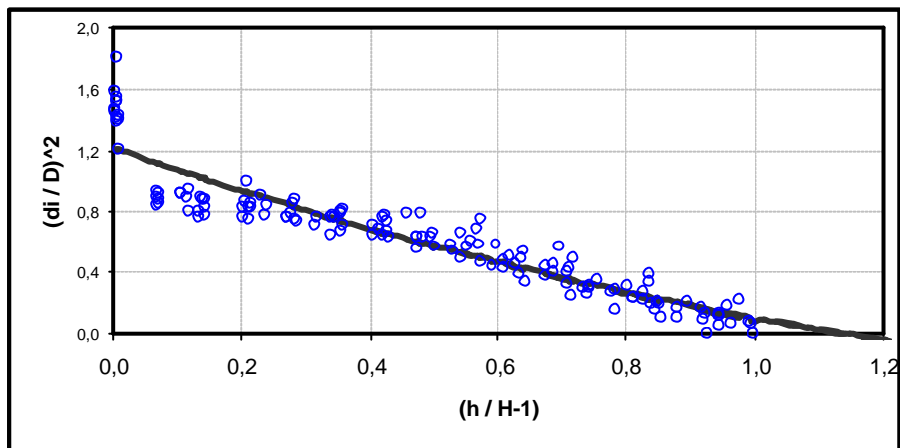


Gráfico 3. Función de forma Cúbica

Graph 3. Cubic form function

$$(di / D)^2 = 1.334 - 3.295 \times (h / H) + 5.231 \times (h / H)^2 - 3.487 \times (h / H)^3$$

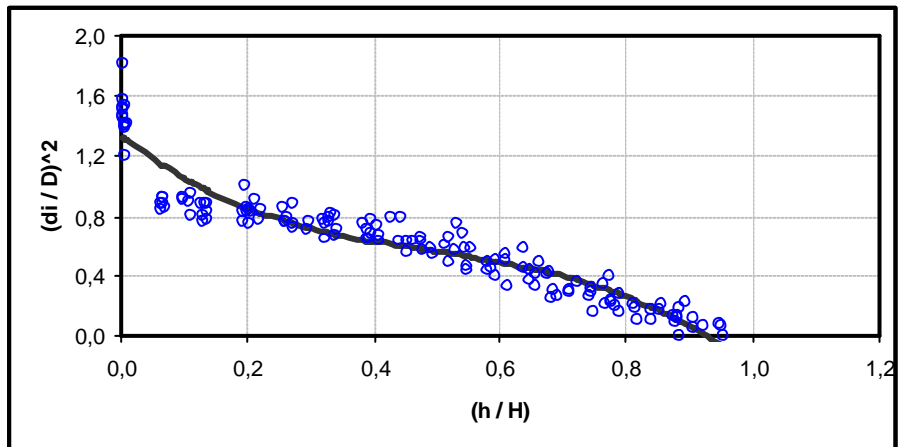
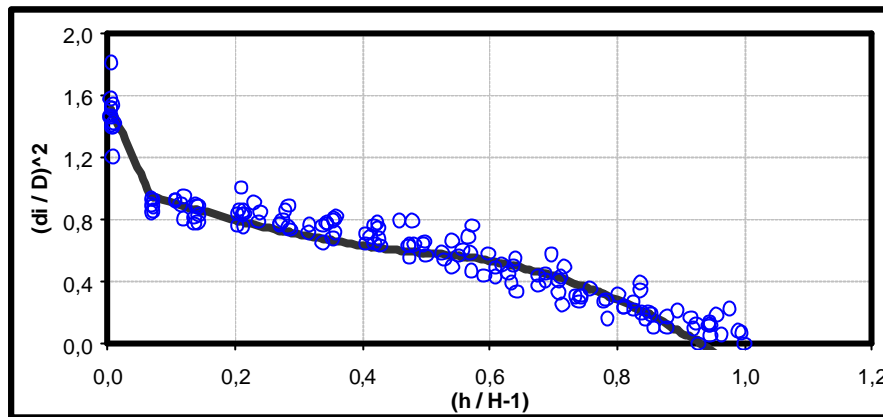


Gráfico 4. Función de forma de Max & Burkhart

Graph 4. Form function of Max & Burkhart

$$(d_i / D)^2 = 2.502 \times (h / H - 1) - 2.935 \times (h^2 / H^2 - 1) + 151.2 \times (0.06 - h / H)^2 \times I_1 + b_4 \times (0.5 - h / H)^2 \times I_2$$



** Para graficar la función de Max & Burkhart se utilizó dos árboles.

En los tres primeros gráficos se puede observar que para h_i/H menores a 0,2 las observaciones se encontraron mas alejadas de las funciones ajustadas, ocurriendo subestimaciones en la base y sobrestimaciones en valores de h_i/H entre 0,1 y 0,2. La función de Max & Burkhart se ajustó mejor que las anteriores para los datos cercanos a la base del fuste y para todas las alturas del mismo. Para comparar y evaluar el comportamiento de las cuatro funciones anteriormente descritas, se planteó un ejemplo tomando al azar un árbol de la muestra. Los resultados se muestran en la **Tabla 3**. Se compararon los diámetros observados y los predichos por las cuatro funciones a las diferentes alturas. Las predicciones se obtuvieron con las siguientes fórmulas, derivadas de las funciones originales:

Kozak: $d_i = DAP \times \sqrt{b_0 + b_1 \times (h_i / H) + b_2 \times (h_i / H)^2}$

Kozak modificada: $d_i = DAP \times \sqrt{b_0 + b_1 \times (h_i / H - 1) + b_2 \times (h_i^2 / H^2 - 1)}$

Cúbica: $d_i = DAP \times \sqrt{b_0 + b_1 \times (h_i / H) + b_2 \times (h_i / H)^2 + b_3 \times (h_i / H)^3}$

Max & Burkhart:

$$d_i = DAP \times \sqrt{b_1 \times (h_i / H - 1) + b_2 \times (h_i^2 / H^2 - 1) + b_3 \times (a_1 - h_i / H)^2 \times I_1 + b_4 \times (a_2 - h_i / H)^2 \times I_2}$$

Tabla 3. Comparación del DAP predicho con un árbol testigo.

Table 3. Comparison of the DAP predicted with a tree check.

Dap	H	Alturas parciales en las cuales fueron medidos los diámetros (m)															
		0.1	1.5	3	4.5	6	7.5	9	10.5	12	13.5	15	16.5	18	19.5	21	22.1
34	22.1																
Diámetros sin corteza medidos a las distintas alturas (cm.)																	
Testigo		42.2	33.7	32.6	32.0	32.7	31.0	28.4	28.0	26.4	25.6	22.6	18.4	15.0	12.2	8.9	0
Funciones																	
Diámetros sin corteza estimados a las distintas alturas (cm.)																	
Kozak		37.9	36.3	34.6	32.9	31.2	29.4	27.7	25.9	24.0	22.1	20.1	18.0	15.9	13.5	10.8	8.5
K. mod.		37.8	36.3	34.6	33.0	31.3	29.6	27.9	26.1	24.3	22.4	20.5	18.5	16.3	13.9	11.2	8.8
Cúbica		39.4	36.5	33.9	31.6	29.8	28.3	27.1	26.0	24.9	23.7	22.2	20.0	16.7	11.1	-	-
Max & B		41.9	33.2	31.6	30.2	28.9	27.8	26.9	26.2	25.6	24.3	22.4	19.4	14.8	5.4	-	-

Donde:

Dap: diámetro a la altura del pecho

H: altura total.

Para analizar los resultados se restó los diámetros medidos a las diferentes alturas con los predichos por las funciones. En la **Tabla 4** se muestran las diferencias. Los resultados negativos indican sobrestimaciones y los positivos indican subestimaciones de las funciones.

Tabla 4. Diferencias entre los diámetros medidos y los predichos.

Table 4. Difference between the measured diameters and the aforesaid.

Dap	Ht	Alturas parciales en las cuales fueron medidos los diámetros (m)															
34	22.1	0.1	1.5	3	4.5	6	7.5	9	10.5	12	13.5	15	16.5	18	19.5	21	22.1
Funciones		Diferencias de las distintas funciones con la testigo															
Kozak		4.3	-2.6	-2.0	-0.9	1.5	1.6	0.7	2.1	2.4	3.5	2.5	0.4	-0.9	-1.3	-1.9	-8.5
K. modif.		4.5	-2.6	-2.0	-1.0	1.4	1.4	0.5	1.9	2.1	3.2	2.1	-0.1	-1.3	-1.7	-2.3	-8.8
Cúbica		2.8	-2.8	-1.3	0.4	2.9	2.7	1.3	2.0	1.5	1.9	0.4	-1.6	-1.7	1.1	-	-
Max & B.		0.4	0.5	1.0	1.8	3.8	3.2	1.5	1.8	0.8	1.3	0.2	-1.0	0.2	6.8	-	-

Donde:

Dap: diámetro a la altura del pecho (cm)

H: altura total (m).

Con los resultados obtenidos en el ejemplo, se pudo observar que las funciones de Kozak, Kozak modificada y Cúbica subestiman al diámetro real en la base y sobrestiman al diámetro entre 1,5 y 3 m.

Desde los 6 m y hasta los 15 m las cuatro funciones produjeron valores predichos menores a los observados. Con las funciones de Kozak y Kozak modificada las diferencias fueron incrementándose entre alturas desde los 6 m hasta los 15 m, ocurriendo lo contrario con las funciones cúbicas y de Max & Burkhardt.

Desde los 16,5 m hasta el ápice del fuste las funciones de Kozak y Kozak modificada producen sobrestimaciones, llegando a predecir diámetros en alturas iguales o mayores que la altura total. La función Cúbica produjo resultados con leves desviaciones de los diámetros observados, prediciendo un valor de diámetro igual a cero para una altura de 20,46 m. La función de Max & Burkhardt se diferencia de la cúbica por predecir un diámetro 6,8 cm menor que el observado a una altura de 19,5 m y predice un diámetro igual a cero a los 19.71 m de altura.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se obtuvieron resultados satisfactorios para todas las funciones. Entre las funciones de *Kozak*, *Kozak modificada* y *Cúbica* no existieron diferencias marcadas entre los coeficientes de determinación ajustados, en cambio para la función de forma de *Max & Burkhardt* el coeficiente de determinación ajustado fue significativamente mayor, con un valor de 98,3%. El menor valor del estadístico Press correspondió a la función de *Max & Burkhardt*, teniendo ésta una mejor capacidad de predicción. Se recomienda el uso de cualquiera de las funciones analizadas. Si bien la función de Max y Burkhardt fue la de mejores características estadísticas, para su aplicación deben tenerse en cuenta las restricciones matemáticas que posee, haciendo su uso más complejo que las otras funciones analizadas.

AGRADECIMIENTOS

- EMPRESA LIPSIA S.A. y sus técnicos y operarios de campo.
- FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES.

BIBLIOGRAFIA

- FRIEDL R, Costas R, Orue E, Amarilla A, Cinto J P. 1992. Funciones de forma relativa polinomiales en Araucaria angustifolia (Bert.) O. Ktze. Revista YVYRARETÁ N° 3. Pp. 63 – 69.
- FRIEDL, R.A. 1988. Dasometría I Parte. Secretaría de Impresiones. C.E.F.E. Alberto Roth. Serie Didáctica N° 1. 120 Pp.
- PRODAN, M; Peteres, R.; Cox, F. Y Real, P. 1997. Mensura Forestal. IICA-BMZ-GTZ. San José. 561 Pp.
- WEBER M, Friedl R. 1991. Funciones de forma simple para Araucaria angustifolia (Bert.) O. Ktze. En la Estación Forestal General Manuel Belgrano. VI Jornadas Técnicas. Inventario – Modelos de producción y Crecimiento Forestales. Eldorado Misiones. ISIF. FCF. Pp. 69 – 80.